ANGEWANDTE MATHEMATIK

1.Klasse

(EIT, EBP, EIP, EBP, EET)

Ing. Thomas Gratzl

Lehrmittel: Rechenbuch Elektrotechnik Europaverlag

Methodische Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik.

Lehrstoffübersicht:

1 Grundlagen der Angewandten Mathematik

1.1 Größen, Einheiten und Zahlenwerte:

Unter einer **GRÖßE** versteht man eine **messbare** Eigenschaft physikalischer Objekte, Vorgänge und Zustände. Als Ergebnis der Messung einer Größe erhält man einen **Zahlenwert und eine Einheit.** Dabei wird durch den Zahlenwert (=Messzahl) ausgedrückt, wie **oft** die gewählte Einheit in der zu messenden Größe **enthalten** ist.

d. h.:

GRÖßE = ZAHLENWERT * EINHEIT

Z. B.: 34,2m, 456kg, 11,2s

Schreibweise:

Größen werden durch Formelzeichen, Einheiten durch Kurzzeichen dargestellt, die im internationalen Einheitensystem ⇒ SI festgelegt sind.

1.2 Größen-, Einheiten- und Zahlenwertgleichungen:

Größengleichungen verbinden **Größen** entsprechend den physikalischen Zusammenhängen und sind unabhängig von den gewählten **Einheiten**.

Z. B.: Arbeit = Kraft * Weg oder

$W = F * s$

In der Größengleichung sind spezielle Werte von Größen als **Produkte** von **Zahlenwert** und **Einheit** einzusetzen.

Z. B.: $W = 50N * 10m = 50Nm$

Einheitengleichungen verknüpfen Einheiten miteinander.

Z. B.: 1m = 100cm

$$1Ps = \frac{75kp * 1m}{1s} = \frac{75 * 9{,}81N * 1m}{1s} = \frac{736Nm}{s} = 736W$$

kp........alte Einheit für Kraft ⇒ neue Einheit ist N (Newton) = kp*9,81

Zahlenwertgleichungen setzen **Zahlenwerte** in Beziehung zueinander. Sie gelten nur, wenn die **Zahlenwerte** mit bestimmten vorgeschriebenen **Einheiten** gemessen werden.

Z. B.: Weg in Meter, Zeit in Sekunden:

Geschwindigkeit ist km/h: $v = 3{,}6 * \frac{s}{t}$

1.3 Internationales Einheitensystem (SI)

Die SI – Einheiten sind durch **Einheitengleichungen** miteinander verknüpft, in denen kein anderer Zahlenfaktor als 1 vorkommt.

Z. B.: $1W = \frac{1J}{1s} = 1N * \frac{1m}{1s} = 1kg * 1\frac{m}{s*s} * 1\frac{m}{s} = 1\frac{kg*m*m}{s*s*s}$

Im System der SI – Einheiten gibt es die 7 **Basiseinheiten** und die **abgeleiteten** Einheiten.

Die sieben Basiseinheiten sind:

Das	**METER**	(m)	für die	**LÄNGE**	(l, s),
die	**SEKUNDE**	(s)	für die	**ZEIT**	(t),
das	**KILOGRAMM**	(kg)	für die	**MASSE**	(m),
das	**KELVIN**	(K)	für die	**THERMODYN. TEMP.**	(T),
die	**AMPERE**	(A)	für die	**EL. STROMSTÄRKE**	(I),
die	**CANDELA**	(cd)	für die	**LICHTSTÄRKE**	(I_v),
das	**MOL**	(mol)	für die	**STOFFMENGE**	(n).

Diese Basiseinheiten werden von speziellen Stoffen oder Naturvorgängen abgeleitet und können untereinander nicht mehr durch Einheitengleichungen verbunden werden.

Die abgeleiteten Einheiten werden von den **Basiseinheiten** so abgeleitet, das sich **Einheitengleichungen** ergeben, die keinen anderen Zahlenfaktor als **1** enthalten.

Ein Teil der abgeleiteten Einheiten hat besondere Namen und Zeichen:

Z. B.: Hertz, Joule, Watt, Volt, Ampere, Ohm, Newton, Pascal, ...

1.4 Vielfache und Teile der SI – Einheiten:

Von den SI – Einheiten können dezimale Vielfache und Teile gebildet werden. Man verwendet dazu so genannte **VORSATZZEICHEN**.

VORSATZ NAME	VORSATZ ZEICHEN	Faktoren	ZEHNERPOTENZ -SCHREIBWEISE
Exa	____	1 000 000 000 000 000 000	10^{18}
Peta	____	1 000 000 000 000 000	10^{15}
Tera	____	1 000 000 000 000	10^{12}
Giga	____	1 000 000 000	10^{9}
Mega	____	1 000 000	10^{6}
Kilo	____	1 000	10^{3}
Hekto	____	100	10^{2}
Deka	____	10	10^{1}
		1	10^{0}
Dezi	____	0,1	10^{-1}
Zenti	____	0,01	10^{-2}
Milli	____	0,001	10^{-3}
Mikro	____	0,000 001	10^{-6}
Nano	____	0,000 000 001	10^{-9}
Pico	____	0,000 000 000 001	10^{-12}
Femto	____	0,000 000 000 000 001	10^{-15}
Atto	____	0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}

<u>Die Vorsatzzeichen sind unmittelbar vor das Zeichen der SI – Einheit zu setzen:</u>

Z. B.: $1cm^3 \Rightarrow 1*10^{-6}\ m^3$, 3kA, 10MW, 220kV, ...

<u>Zusammengesetzte Vorsatzzeichen sind nicht zulässig:</u>

Z. B.: Nicht **<u>1mµm</u>** sondern richtig: **<u>1nm</u>** !!

1.5 Rechnen mit Zehnerpotenzen:

Ein Produkt aus gleichen Faktoren kann als Potenz geschrieben werden.

Z. B.: $5 * 5 = 5^2$

$a * a * a = a^3$

$\underbrace{a * a \text{ ....} * a}_{\text{n Faktoren}} = a^n$

a = Grundzahl oder Basis

n = Hochzahl oder Exponent

In der Technik ist es üblich sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte mit **Zehnerpotenzen** anzugeben.

Z. B.: $3{,}24 * 10^8$, $5{,}32 * 10^{-9}$, ... (Gleitkommadarstellung).

$10^8 = 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 = 100\,000\,000$

dh: $3{,}24 * 10^8 = 324\,000\,000$

$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = 0{,}000\,000\,001$

Die Kehrwerte der Potenzen kann man als Potenz mit negativer Hochzahl schreiben.

dh: $5{,}32 * 10^{-9} = \frac{1}{5{,}32 * 10^9} = 0{,}000\,000\,005\,32$

Beispiele: 18 000 = ________ 4 500 000 = ________

0,000 000 234 = ________ 0,000 023 80 = ________

380 000 = ________ 0,000 345 = ________

MERKE:

Jede Potenz mit der Hochzahl **„Null“** hat den Wert **„1“**!!

RECHENREGELN:

Addition u. Subtraktion: (nur mit gleichen Exponenten möglich) !!

$4 * 10^6 + 2 * 10^3 =$ 4 000 000 * 2 000 = 4 002 000

Multiplikation: Faktoren multiplizieren, Hochzahl addieren!!

$4 * 10^6 * 2 * 10^3 = 4 * 2 * 10^{6+3} = 8 * 10^9$

Division: Faktoren dividieren, Hochzahlen subtrahieren!!

$4 * 10^6 : 2 * 10^{-3} = (4:2) * 10^{6-(-3)} = 2 * 10^9$

Potenzieren: Faktoren potenzieren, Hochzahlen multiplizieren!!

$(4 * 10^6)^2 = 4^2 * 10^{6*2} = 16 * 10^{12}$

1.5.1 Übungsbeispiele Zehnerpotenzen:

	A	B	C
1.	$2{,}4\cdot10^{6}+3{,}6\cdot10^{3}=$	$55\cdot10^{4}-25\cdot10^{2}=$	$2\cdot10^{3}\cdot3\cdot10^{3}=$
2.	$2\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^{3}=$	$2\cdot10^{3}\cdot3\cdot10^{-3}=$	$2\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^{-3}=$
3.	$4\cdot10^{3}\cdot2\cdot10^{-6}=$	$4\cdot10^{-3}\cdot2\cdot10^{6}=$	$8\cdot10^{6}:4\cdot10^{3}=$
4.	$8\cdot10^{3}:4\cdot10^{6}=$	$8\cdot10^{6}:4\cdot10^{-3}=$	$4\cdot10^{-6}:8\cdot10^{3}=$
5.	$6\cdot10^{-6}:3\cdot10^{-3}=$	$8\cdot10^{3}:4\cdot10^{-6}=$	$(2\cdot10^{3})^{2}=$
6.	$(2\cdot10^{-4})^{2}=$	$(3\cdot10^{-2})^{-3}=$	$(4\cdot10^{4})^{-2}=$
Beachte:		$\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$	$a^{-\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{\frac{1}{a}}$
7.	$\sqrt[3]{27}=27 \quad =$	$8^{\frac{1}{3}}=\sqrt{\quad} \ =$	$4^{\frac{2}{3}}=\sqrt{\quad} \ =$
8.	$4^{-\frac{2}{3}}=\sqrt{\quad} \ =$	$\frac{4\times10^{3}\times5\times10^{6}}{2\times10^{4}\times6\times10^{-3}}=$	$\frac{6\times10^{-3}\times4\times10^{6}}{8\times10^{-6}\times2\times10^{4}}=$
9.	$\frac{6\times10^{-6}\times8\times10^{-3}}{4\times10^{3}\times2\times10^{4}}=$	$\frac{4\times10^{-3}\times6\times10^{-6}}{3\times10^{-9}\times2\times10^{-6}}=$	
Rechnen mit Vorsilben:			
10.	m·m= ____ = 10 ____	m·µ= ____ =10 ____	m·n= ____ =10 ____
11.	m·k= ____ =10 ____	µ·k= ____ =10 ____	n·M= ____ =10 ____
12.	k·M= ____ =10 ____	m:m= ____ =10 ____	m:µ = ____ =10 ____
13.	µ:n= ____ =10 ____	m:p= ____ =10 ____	m:k= ____ =10 ____
14.	k:m= ____ =10 ____	M:m= ____ =10 ____	k:µ = ____ =10 ____

Weitere Beispiele: FRB Seite 29 Aufgaben zu 2.1 Nr. 1, 2, 3, 4,5 6, 7;

1.6 Rechengenauigkeit, Runden

Technische Messungen werden normalerweise mit höchstens **0,1% = 1/1000** Genauigkeit durchgeführt. Das entspricht einer Anzeigegenauigkeit von **drei tragenden Ziffern**! Bei technischen Rechnungen genügt daher meist die **Genauigkeit** von drei tragenden Ziffern , wobei die **vierte Ziffer** der Zahlenangabe **zum Runden** der 3. Ziffer benützt wird!!

Dabei gelten folgende Regeln:

Nullen am Anfang von **Dezimalbrüchen** und am Ende ganzer Zahlen zählen **nicht** zu den tragenden Ziffern, wohl aber eine Null zwischen zwei von Null verschiedenen tragenden Ziffern.

Abrunden:

Die letzte Stelle die noch angegeben werden soll, bleibt **unverändert**, wenn eine 0, 1, 2, 3 oder 4 folgt!!!!

Z. B.: 231,4 ⇒ 231, 7653 ⇒ 7650, ...

Aufrunden:

Die letzte Stelle wird um **„EINS"** erhöht, wenn eine 6, 7, 8 oder 9 folgt !!!!

Z. B.: 15 793 ⇒ 15 800, 23,867 ⇒ 23,9, ...

Vor einer **FÜNF** (5) erkennbarer Herkunft wird nur dann aufgerundet, wenn sie nicht durch **Aufrunden** entstanden ist.

Z. B.: 307 502 ⇒ 308 000, 2,6751 ⇒ 2,68, ...

nicht: 0,030849 ⇒ 0,3085 ⇒ 0,309 !!!!!

Weitere Beispiele: FRB Seite 28 Aufgaben zu 1.9 Nr. 1, 2, 3;

2 Gleichungen und Formeln

2.1 Arbeiten mit Gleichungen

Eine Gleichung ist die Verbindung zweier Ausdrücke durch ein Gleichheitszeichen. Die gesuchte Größe wird mit „**X**" bezeichnet. Formeln sind ebenfalls Gleichungen, aber mit allgemeinen Zahlen (Buchstaben) und werden nach der gesuchten Größe hin aufgelöst ⇒ Gleichungen umwandeln!

2.1.1 Rechenregeln:

Merksatz:

Ein Pluszeichen auf der einen Seite wird zum Minuszeichen auf der anderen Seite und umgekehrt!

$$x + 3 = 12 \qquad x - 8 = 11$$
$$x = 12 - 3 \qquad x = 11 + 8$$
$$x = 9 \qquad x = 19$$

Merksatz:

Ein Malzeichen auf der einen Seite wird zum Divisionszeichen auf der anderen Seite und umgekehrt!

$$4x = 12 \qquad \frac{x}{3} = 9$$
$$x = 12:4 \qquad x = 9 \times 3$$
$$x = 3 \qquad x = 27$$

Merksatz:

Eine Zahl vom Nenner auf der einen Seite kommt in den Zähler auf der anderen Seite und umgekehrt!

$$\frac{7 \; \textit{Zähler}}{8 \; \textit{Nenner}}$$

Merksatz:

Ein Quadrat auf der einen Seite wird zum Wurzelzeichen auf der anderen Seite und umgekehrt

$$x^2 = 4 \qquad \sqrt{x} = 3$$
$$x = \sqrt{4} \qquad x = 3^2$$
$$x = 2 \qquad x = 9$$

2.1.2 Zusatzregeln

- Beim Umstellen kommt die Strichrechnung (+ oder -) vor der Punktrechnung (• oder **:**) und diese wieder vor Quadrat- oder Wurzelrechnung.

$$\begin{aligned} 6x-4&=20\\ 6x&=20+4\\ x&=\frac{24}{6}\\ x&=4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7+3x^2&=55\\ 3x^2&=55-7\\ x^2&=\frac{48}{3}\\ x&=\sqrt{16}\\ x&=4 \end{aligned}$$

- Wenn die gesuchte Größe (**x**) ein Minus als Vorzeichen hat, so **muss** man sie vorher auf die andere Seite geben, damit sie ein Plus erhält.

$$\begin{aligned} 35-x&=30\\ 35-30&=x\\ 5&=x\\ x&=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16&=4-x\\ x&=4-16\\ x&=-12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 78-7x&=36\\ 78-36&=7x\\ \frac{42}{7}&=x\\ x&=6 \end{aligned}$$

- Wenn die gesuchte Größe im Nenner eines Bruches steht, so **muss** sie vorher auf die andere Seite gebracht werden, damit sie in den Zähler kommt.

$$\frac{15}{x}=\frac{1}{4} \qquad \frac{x}{15}=4$$

$$15\times 4=x \quad \Rightarrow \quad x=4\times 15$$

$$x=60 \qquad x=60$$

$$\begin{aligned} \frac{15}{x}&=3\\ x&=\frac{15}{3}\\ x&=5 \end{aligned}$$

- Ist die unbekannte Größe in einer Klammer, so **muss** die Klammer aufgelöst werden, indem man alle Größen außerhalb der Klammer auf die andere Seite gibt.

$$\begin{aligned} \frac{(2x-3)\times 3}{7}&=3\\ 2x-3&=\frac{\cancel{3}\times 7}{\cancel{3}}\\ 2x&=7+3\\ x&=\frac{10}{2}\\ x&=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2\times(50x-4)}{7}&=6\\ 50x-4&=\frac{6\times 7}{2}=21\\ 50x&=21+4\\ x&=\frac{25}{50}\\ x&=\frac{1}{2}=0{,}5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4+4x}{(5x+5)\times 2}&=10\\ 4+4x&=10\times(5x+5)\times 2\\ 4+4x&=100x+100\\ 4-100&=100x-4x\\ -96&=96x\\ x&=-1 \end{aligned}$$

2.1.3 Beispiele zum Lösen von Gleichungen:

Beispiele:

FRB Seite 18 Aufgaben zu 1.6.1 Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7;

<u>Zusätzliche Übungsaufgaben mit Lösungen:</u>

	Aufgaben				Lösungen			
	A	B	C	D	A	B	C	D
1.	$6x = 21$	$15x = 40$	$\frac{y}{4} = 3{,}5$	$\frac{\rho}{7} = 13$	3,5	$\frac{8}{3}$	14	91
2.	$\frac{3z}{5} = 9$	$\frac{5x}{13} = 15$	$\frac{14y}{3} = \frac{21}{5}$	$\frac{27z}{8} = \frac{45}{32}$	15	39	$\frac{9}{10}$	$\frac{5}{12}$
3.	$18 = \frac{9x}{5}$	$26 = \frac{2x}{3}$	$\frac{72}{5} = \frac{24p}{7}$	$\frac{4}{3} = \frac{8n}{33}$	10	39	$\frac{21}{5}$	$\frac{11}{2}$
4.	$\frac{15}{x} = \frac{1}{4}$	$\frac{34}{y} = \frac{1}{5}$	$\frac{9}{2v} = 18$	$\frac{21}{5z} = \frac{7}{2}$	60	170	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{5}$
5.	$4 = \frac{38}{t}$	$12 = \frac{45}{w}$	$\frac{2}{3} = \frac{5}{6z}$	$\frac{11}{105} = \frac{66}{35t}$	$\frac{19}{2}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{5}{4}$	18
6.	x+17=44	35=y+24	x-5=27	8=z-56	27	11	32	64
7.	3q+13=28	31=27+6t	31m-60=27	16=3p-31	5	,33	3	15
8.	42=57-x	12=35-p	153=169-4u	56=101-5t	15	23	4	9
9.	72-u=35	128-w=32	78-7x=36	11-5y=46	37	96	6	-7
10.	$\frac{(2x-3)3}{7} = 3$	$\frac{2(50x-4)}{7} = 6$	$\frac{4(17+20x)}{11} = 8$	$\frac{6(13+10x)}{5} = 18$	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
11.	$7 = \frac{14(5-3x))}{7}$	$4 = \frac{2(41-7x))}{17}$	$9 = \frac{3(35-8x)}{11}$	$12 = \frac{4(41-12x))}{13}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
12.	$\frac{1}{n} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{t} = \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$	$\frac{1}{z} = \frac{2}{5} + \frac{4}{15}$	$\frac{1}{v} = \frac{5}{4} + \frac{1}{12}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$
13.	$\frac{1}{p} + \frac{3}{8} = \frac{5}{12}$	$\frac{2}{w} + \frac{1}{21} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{5}{18}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{y} + \frac{10}{39}$	24	7	$\frac{9}{2}$	13
14.	$7x^2=35$	$12z^2=132$	$\frac{t^2}{6} = 4{,}5$	$\frac{p^2}{5} = 13$	2,23	3,31	5,19	8,06
15.	$\frac{15t^2}{8} = 45$	$\frac{13}{5}x^2 = 78$	$\frac{4y^2}{9} + 5 = 25$	$\frac{5}{7}n^2 - 3 = 27$	4,9	5,48	6,7	6,48
16.	$15 = \frac{2}{3}v^2 - 19$	$-4 = \frac{7w^2}{9} - 25$	$11 = 53 - \frac{7}{4}y^2$	$-13 = 17 - \frac{5}{5}z^2$	7,14	5,19	4,9	5,48
17	$\frac{3x}{20} = \frac{9}{25x}$	$\frac{7y}{24} = \frac{21}{32y}$	$\frac{15}{26z} = \frac{6z}{65}$	$\frac{55}{13t} = \frac{22t}{39}$	1,54	1,5	2,5	2,73
18.	23x-5=55-2x	2x+45=13-6x	5-18y=2-33y	7(x+16)=7-8x	2,4	-4	-0,2	-7
19.	3(12-5x)=25(4-x)	5(x+21)=9(7-x)			6,4	-3		
20.	$\frac{3(x-11)}{9-4x} = 8$	$\frac{2(10-x)}{17-3x} = 5$	$\frac{8+x}{28-x} = \frac{5}{7}$	$\frac{3-2x}{15-2x} = \frac{7}{3}$	3	5	7	12

2.2 Arbeiten mit Formeln

Formeln, die in der Technik für Berechnungen verwendet werden, stellen Gleichungen dar, bei denen Zahlenwerte durch allgemein gültige Buchstaben ersetzt werden.

Beispiele:

$A = l \times b$ $l = \frac{A}{b}$ $b = \frac{A}{l}$	$A = a^2$ $a = \sqrt{A}$	$A = \frac{d^2 \times \pi}{4}$ $\frac{A \times 4}{\pi} = d^2$ $d = \sqrt{\frac{A \times 4}{\pi}}$	$A = r^2 \times \pi$ $\frac{A}{\pi} = r^2$ $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
$R = \frac{l}{\gamma \times A}$ $l = R \times \gamma \times A$ $A = \frac{l}{R \times \gamma}$ $\gamma = \frac{l}{R \times A}$	$R = \frac{l \times \rho}{A}$ $l = \frac{R \times A}{\rho}$ $A = \frac{l \times \rho}{R}$ $\rho = \frac{R \times A}{l}$	$U = I \times R$ $R = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{R}$	$U_0 = I \times (R_a + R_i)$ $I = \frac{U_0}{R_a + R_i}$ $R_a = \frac{U_0}{I} - R_i$ $R_i = \frac{U_0}{I} - R_a$

Beispiele:

FRB Seite 19 Aufgaben zu 1.6.2 Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;

3 Physikalische Grundlagen

3.1 Vorsätze, Zollmaße

Beispiele:

Basis: FRB Seite 29 Aufgaben zu 2.1 Nr. 1, 2, 3, 7;
Top: FRB Seite 29 Aufgaben zu 1.8.1 Nr. 4, 5;

3.2 Flächen

Beispiele:

Basis: FRB Seite 31 Aufgaben zu 2.3 Nr. 1, 2, 3, 4, 5;
Top: FRB Seite 31 Aufgaben zu 2.3 Nr. 6;

3.3 Rauminhalt und Masse

Beispiele:

Basis: FRB Seite 32 Aufgaben zu 2.4 Nr. 1, 2, 3, 4;
Top: FRB Seite 32 Aufgaben zu 2.4 Nr. 5;

4 Elektrotechnische Grundlagen

4.1 Stromstärke und Ladung

Formeln:

$$I = \frac{Q}{t} \qquad n = \frac{Q}{e} \qquad e = 1{,}6021 \cdot 10^{-19}\,C$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 42 Aufgaben zu 3.1 Nr. 1, 2, 3, 4;

4.2 Elektrische Spannung

Formeln:

$$U = \frac{F \cdot s}{Q} = \frac{W}{Q} \qquad [U] = \frac{N \cdot m}{C} = \frac{VAs}{As} = V$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 42 Aufgaben zu 3.2 Nr. 1, 2, 3, 4;

4.3 Widerstand und Leitwert

Formeln:

$$R = \frac{1}{G} \qquad G = \frac{1}{R}$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 43 Aufgaben zu 3.3 Nr. 1, 2, 3, 4;

4.4 Ohmsches Gesetz

Formeln:

$$I = \frac{U}{R} \qquad R = \frac{U}{I} \qquad U = R \cdot I$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 43, 44 Aufgaben zu 3.4 Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10;
Top: FRB Seite 43, 44 Aufgaben zu 3.4 Nr. 11, 12;

4.5 Stromdichte

Formeln:

$$J = \frac{I}{A} \qquad J = \frac{I}{mm^2}$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 45 Aufgaben zu 3.5 Nr. 1, 2, 3;
Top: FRB Seite 45 Aufgaben zu 3.5 Nr. 5, 7;

4.6 Elektrischer Widerstand

4.6.1 Leiterwiderstand

Formeln:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \qquad R = \frac{l}{\gamma \cdot A} \qquad \rho = \frac{1}{\gamma} \qquad [\rho] = \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \qquad [\gamma] = \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 46 Aufgaben zu 3.6.1 Nr. 1, 2, 3, 4;
Top: FRB Seite 46 Aufgaben zu 3.6.1 Nr. 5, 6, 7;

4.6.2 Widerstand und Temperatur

Formeln:

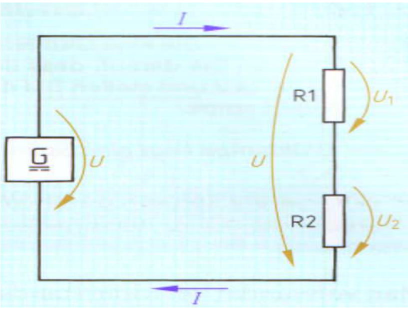
$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 \qquad \Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta \qquad R_\vartheta = R_{20} + \Delta R \qquad R_\vartheta = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 47 Aufgaben zu 3.6.2 Nr. 1, 2, 5, 6;
Top: FRB Seite 47 Aufgaben zu 3.6.2 Nr. 9, 10;

5 Schaltungen von Widerständen

5.1 Reihenschaltung von Widerständen



Formeln:

In der Reihenschaltung fließt überall derselbe Strom.

$$\mathbf{I = I_1 = I_2 = I_3 = ...}$$

Die **Gesamtspannung teilt sich** an den **Verbrauchern auf**.

$$\mathbf{U = U_1 + U_2 + ...}$$

Der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der Einzelwiderstände.

$$\mathbf{R = R_1 + R_2 + ...}$$

Bei der **Reihenschaltung** fällt am **größten Widerstand** auch die **größte Spannung** ab, das heißt die **Spannungen verhalten** sich **wie** die **zugehörigen Widerstände**.

$$I=I_1=I_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{R}=\frac{U_1}{R_1}=\frac{U_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2} \text{ oder } \frac{U}{U_1}=\frac{R}{R_1}$$

Beispiele:

Basis: FRB Seite 49, 50 Aufgaben zu 3.7.1 Nr. 1, 2, 3, 4, 5;
Top: FRB Seite 49, 50 Aufgaben zu 3.7.1 Nr. 9, 11, 13;

5.1.1 Messbereichserweiterung von Spannungsmessern (nur vertiefte Gruppe)

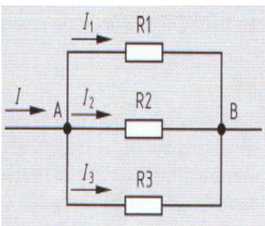
Der Messbereich von Spannungsmessern mit Drehspulmesswerk kann mit Vorwiderständen erweitert werden.

$$R_V = \frac{U - U_m}{I_m} \qquad n = \frac{U}{U_m} \qquad \longrightarrow \qquad R_V = (n-1)\cdot R_m \qquad r_k = \frac{R_m}{U_m}$$

Beispiele:

Top: FRB Seite 51 Aufgaben zu 3.7.2 Nr. 1, 2, 3, 4;

5.2 Parallelschaltung von Widerständen



Formeln:

In der Parallelschaltung liegt an jedem Zweig dieselbe Spannung.

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = ...$$

Die **Gesamtstrom teilt sich** an den **Verbrauchern auf**.

$$\mathbf{I = I_1 + I_2 + I_3.+.......}$$

Der Gesamtwiderstand ergibt sich aus der Summe der Leitwerte.

$$\mathbf{G = G_1 + G_2 + G_3+.......}$$

Somit ergibt sich:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots$$

für 2 Widerstände ergibt sich:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

für lauter Widerstände gilt:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

Es gilt jedoch immer, der Gesamtwiderstand ist immer kleiner als der kleinste Teilwiderstand!!

Beispiele:

Basis: FRB Seite 52, 53 Aufgaben zu 3.7.3 Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10;
Top: FRB Seite 52, 53 Aufgaben zu 3.7.3 Nr. 6, 13, 14, 16;

5.2.1 Messbereichserweiterung von Strommessern (nur vertiefte Gruppe)

Der Messbereich von Spannungsmessern mit Drehspulmesswerk kann mit Nebenwiderständen erweitert werden.

Beispiele:

Top: FRB Seite 54 Aufgaben zu 3.7.4 Nr. 1, 2, 3, 5;

5.3 Gemischte Schaltungen

Gemischte Schaltungen sind Kombinationen aus Reihenschaltungen und Parallelschaltungen.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 55, 56 Aufgaben zu 3.7.5 Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7;
Top: FRB Seite 56, 57 Aufgaben zu 3.7.5 Nr. 11, 18;

5.3.1 Unbelasteter Spannungsteiler

Beim unbelasteten Spannungsteiler wird die Spannung durch zwei in Reihe geschaltete Teilwiderstände R_1 und R_2 aufgeteilt.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 58 Aufgaben zu 3.7.6 Nr. 1, 2, 3, 5, 6;
Top: FRB Seite 58 Aufgaben zu 3.7.6 Nr. 4, 7;

5.3.2 Belasteter Spannungsteiler (nur vertiefte Gruppe)

Durch zuschalten eines Lastwiderstandes an den unbelasteten Spannungsteiler entsteht eine Gemischte Schaltung.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 59 Aufgaben zu 3.7.7 Nr. 1, 2, 4;
Top: FRB Seite 59 Aufgaben zu 3.7.7 Nr. 3, 5;

6 Elektrische Arbeit und Leistung

6.1 Elektrische Leistung

Die elektrische Leistung ist das Produkt aus Stromstärke und Spannung.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 63 Aufgaben zu 3.8.1 Nr. 1, 2, 3,4;
Top: FRB Seite 63 Aufgaben zu 3.8.1 Nr. 6, 7, 8;

6.2 Elektrische Arbeit

Die elektrische Arbeit ist umso größer, je größer die Leistung und je länger die Arbeitszeit.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 64 Aufgaben zu 3.8.2 Nr. 1, 2, 3,4;
Top: FRB Seite 64 Aufgaben zu 3.8.2 Nr. 5;

6.3 Wirkungsgrad

Die abgegebene Leistung P_{ab} ist und die Verlustleistung P_v kleiner als die zugeführte Leistung (Leistungsaufnahme) P_{zu}.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 66 Aufgaben zu 3.8.4 Nr. 1, 2, 3, 5;
Top: FRB Seite 66 Aufgaben zu 3.8.4 Nr. 4, 6, 7;

7 Spannungserzeuger

7.1 Galvanische Elemente

Der Spannungsabfall im galvanischen Element ist von der Stromentnahme und vom Innenwiderstand abhängig. Batterien bestehen aus gleichartigen galvanischen Elementen.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 71 Aufgaben zu 3.10.1 Nr. 1, 2, 3, 4;
Top: FRB Seite 71 Aufgaben zu 3.10.1 Nr. 5, 6;

7.2 Schaltungen von Spannungserzeugern

7.2.1 Reihenschaltung von Spannungserzeugern

Es addieren sich die Teilspannungen und die Innenwiderstände der einzelnen Zellen.
Es sollen nur Zellen mit gleicher Leerlaufspannung und gleichem Innenwiderstand zusammengeschaltet werden.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 72 Aufgaben zu 3.10.2 Nr. 1, 2, 3, 4, 5;
Top: FRB Seite 72 Aufgaben zu 3.10.2 Nr. 6, 7;

7.2.2 Parallelschaltung von Spannungserzeugern

Es addieren sich die Teilströme. Es sollen nur Zellen mit gleicher Leerlaufspannung und gleichem Innenwiderstand zusammengeschaltet werden, sonst kommt es zum fließen von Ausgleichsströmen.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 73 Aufgaben zu 3.10.2 Nr. 1, 2, 3, 4;
Top: FRB Seite 73 Aufgaben zu 3.10.2 Nr. 5;

8 Rechtwinkeliges Dreieck

8.1 Satz des Pythagoras

Für rechtwinkelige Dreiecke gilt der Lehrsatz des **„Pythagoras“.**
Hier ist die Fläche des Hypotenusenquatrats gleich der Flächensumme der Kathetenquatrate.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 23 Aufgaben zu 1.8.1 Nr. 1, 2, 3, 4,5;

9 Elektrisches Feld

9.1 Kapazität von Plattenkondensatoren

Die Kapazität von Plattenkondensatoren hängt von der Größe der Plattenfläche, dem Plattenabstand und dem Dielektrikum zwischen den Platten ab.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 85 Aufgaben zu 5.2 Nr. 1, 2, 3, 4, 5;
Top: FRB Seite 85 Aufgaben zu 5.2 Nr. 6;

9.2 Ladung und Energie bei Kondensatoren

Der Kondensator speichert elektrische Energie im elektrischen Feld und speichert elektrische Ladung auf den Platten. Zwischen den geladenen Platten wirkt eine Kraft.

Beispiele:

Basis: FRB Seite 86 Aufgaben zu 5.3 Nr. 1, 2, 3;
Top: FRB Seite 86 Aufgaben zu 5.3 Nr. 6;

9.3 Schaltungen von Kondensatoren

Beispiele:

Basis: FRB Seite 87 Aufgaben zu 5.4 Nr. 1, 2, 3, 4, 5;
Top: FRB Seite 87 Aufgaben zu 5.4 Nr. 6, 7;

10 Lösungen:

10.1 Lösung zu 1.4

Von den SI – Einheiten können dezimale Vielfache und Teile gebildet werden.

Man verwendet dazu sogenannte VORSATZZEICHEN.

VORSATZ NAME	VORSATZ ZEICHEN	Faktoren	ZEHNERPOTENZ -SCHREIBWEISE
Exa	**E**	1 000 000 000 000 000 000	10^{18}
Peta	**P**	1 000 000 000 000 000	10^{15}
Tera	**T**	1 000 000 000 000	10^{12}
Giga	**G**	1 000 000 000	10^{9}
Mega	**M**	1 000 000	10^{6}
Kilo	**k**	1 000	10^{3}
Hekto	**h**	100	10^{2}
Deka	**da**	10	10^{1}
		1	10^{0}
Dezi	**d**	0,1	10^{-1}
Zenti	**c**	0,01	10^{-2}
Milli	**m**	0,001	10^{-3}
Mikro	**µ**	0,000 001	10^{-6}
Nano	**n**	0,000 000 001	10^{-9}
Pico	**p**	0,000 000 000 001	10^{-12}
Femto	**f**	0,000 000 000 000 001	10^{-15}
Atto	**a**	0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}

10.2 Lösung 1.5:

	A	B	C
1.	$2{,}4\cdot10^6+3{,}6\cdot10^3=2.403.600$	$55\cdot10^4-25\cdot10^2=547.500$	$2\cdot10^3\cdot3\cdot10^3=6\cdot10^6$
2.	$2\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^3=6$	$2\cdot10^3\cdot3\cdot10^{-3}=6$	$2\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^{-3}=6\cdot10^{-6}$
3.	$4\cdot10^3\cdot2\cdot10^{-6}=8\cdot10^{-3}$	$4\cdot10^{-3}\cdot2\cdot10^6=8\cdot10^3$	$8\cdot10^6:4\cdot10^3=2\cdot10^3$
4.	$8\cdot10^3:4\cdot10^6=2\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^6:4\cdot10^{-3}=2\cdot10^9$	$4\cdot10^{-6}:8\cdot10^3=0{,}5\cdot10^{-9}$
5.	$6\cdot10^{-6}:3\cdot10^{-3}=2\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^3:4\cdot10^{-6}=2\cdot10^9$	$(2\cdot10^3)^2=4\cdot10^6$
6.	$(2\cdot10^{-4})^2=4\cdot10^{-8}$	$(3\cdot10^{-2})^{-3}=\frac{1}{(3\times10^{-2})^3}=\frac{1}{27\times10^{-6}}=$ 37.037	$(4\cdot10^4)^{-2}=\frac{1}{(4\times10^4)^2}=\frac{1}{16\times10^8}=625\cdot10^{-12}$
Beachte:		$\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$	$a^{-\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{\frac{1}{a}}$
7.	$\sqrt[3]{27}=27^{\frac{1}{3}}=3$	$8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=2$	$4^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{4^2}=2{,}52$
8.	$4^{-\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{\frac{1}{4^2}}=0{,}397$	$\frac{4\times10^3\times5\times10^6}{2\times10^4\times6\times10^{-3}}=\frac{20\times10^9}{12\times10^1}=1{,}67\times10^8$	$\frac{6\times10^{-3}\times4\times10^6}{8\times10^{-6}\times2\times10^4}=\frac{24\times10^3}{16\times10^{-2}}=1{,}5\times10^5$
9.	$\frac{6\times10^6\times8\times10^3}{4\times10^3\times2\times10^4}=\frac{48\times10^9}{8\times10^7}=6\times10^{16}$	$\frac{4\times10^3\times6\times10^6}{3\times10^9\times2\times10^6}=\frac{24\times10^9}{6\times10^{15}}=4\times10^6$	
Rechnen mit Vorsilben:			
10	$m\cdot m=\mu=10^{-6}$	$m\cdot\mu=n=10^{-9}$	$m\cdot n=p=10^{-12}$
11	$m\cdot k=1=10^0$	$\mu\cdot k=m=10^{-3}$	$n\cdot M=m=10^{-3}$
12	$k\cdot M=G=10^9$	$m:m=1=10^0$	$m:\mu=k=10^3$
13	$\mu:n=k=10^3$	$m:p=G=10^9$	$m:k=\mu=10^{-6}$
14	$k:m=M=10^6$	$M:m=G=10^9$	$k:\mu=G=10^9$

Z. B.: $1cm^3 \Rightarrow 1*10^{-6}\,m^3$, 3kA, 10MW, 220kV, ...

Zusammengesetzte Vorsatzzeichen sind nicht zulässig:

Z. B.: Nicht **1mμm** sondern richtig: **1nm** !!

10.3 Weiter Lösungen

Siehe Lösungsbuch zum Rechenbuch Elektrotechnik